

时鹏, 关威, 王军. 2020. 饱和岩石的动态渗透率和动电耦合系数解析式. 地球物理学报, 63(4):1695-1704, doi:10.6038/cjg2020M0581.

Shi P, Guan W, Wang J. 2020. Analytical expressions of the dynamic permeability and electrokinetic coupling coefficient in fluid-saturated rock. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 63(4):1695-1704, doi:10.6038/cjg2020M0581.

饱和岩石的动态渗透率和动电耦合系数解析式

时鹏, 关威, 王军*

哈尔滨工业大学航天科学与力学系, 哈尔滨 150001

摘要 动态渗透率和动电耦合系数是描述岩石中渗流波动和弹性-电磁耦合波效应的重要参数. 本文基于毛细管束模型, 提出了流体饱和和孔隙介质的动态渗透率和动电耦合系数的解析表达式和简化表达式, 并通过与前人近似式结果的对比, 分析了不同表达式的合理性和适用性. 在此基础上, 理论分析了孔隙几何形状和孔径分布对渗透率和动电耦合系数的频率响应以及井孔震电耦合波场的影响. 研究表明: 当认为孔道均匀且达西渗透率、孔隙度和弯曲度恒定时, 孔隙几何形状的影响很小, 可以忽略, 而前人的近似式高估了孔隙几何形状的影响; 孔径分布的影响显著, 随着孔径分布的增大, 渗透率的临界频率显著减小, 动电耦合系数的临界频率显著增加, 震电测井的斯通利波及其伴随电场幅度显著增大.

关键词 动电效应; 孔隙介质; 动态渗透率; 动电耦合系数

doi:10.6038/cjg2020M0581

中图分类号 P631

收稿日期 2018-10-08, 2020-01-14 收修定稿

Analytical expressions of the dynamic permeability and electrokinetic coupling coefficient in fluid-saturated rock

SHI Peng, GUAN Wei, WANG Jun*

Department of Astronautics and Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

Abstract The dynamic permeability and Electrokinetic Coupling Coefficient (ECC) are key parameters to characterize fluid flow and coupling between elastic and electromagnetic wavefields in porous rocks. Based on the model of capillary tube bundles for porous media, we derive the analytical expressions of the dynamic permeability and the ECC. By comparing with the approximate expressions in previous studies, we examine the validity and applicability of the analytical expressions proposed in this study. Besides, we further propose the simplified expressions for the dynamic permeability and the ECC. On this basis, we theoretically analyze the influences of the pore geometry and pore-size distribution on the dynamic permeability, the ECC and the seismoelectric logging wavefields. The results show that the influence of the pore geometry is ignorable, while it is over-valuated by previous studies. The influence of the pore-size distribution is significant. With the expansion of the pore-size distribution, the critical frequency of the permeability decreases but that of the ECC increases significantly, and the amplitudes of Stoneley waves and the accompanied electric field also increase significantly.

基金项目 国家自然科学基金项目(41874129, 41574112, 41674121, 11734017)和国家科技重大专项子课题(2017ZX05019006-006)资助.

第一作者简介 时鹏, 男, 1989 年生, 哈尔滨工业大学固体力学博士研究生, 主要研究方向为孔隙介质渗流和动电效应.

E-mail: sp198911@outlook.com

* **通讯作者** 王军, 男, 1982 年生, 博士, 副教授, 主要从事岩石物理和声波测井与动电测井实验研究. E-mail: wangjun2012@hit.edu.cn

Keywords Electrokinetic effect; Porous medium; Dynamic permeability; Electrokinetic coupling coefficient

0 引言

岩石中与双电层和孔隙流体渗流有关的动电耦合波效应被认为在地球科学诸多领域有潜在应用价值,例如油气储层勘探、二氧化碳储存监测、地震预警和地热与火山活动监测等(Guan et al., 2013a; Zyserman et al., 2015; Gao et al., 2016; Revil and Pezard, 1998). 岩石固相自然地吸附孔隙电解质溶液中特定电性的离子,使孔隙流体中带有相反电性的净剩电荷分布于流-固界面附近,从而形成双电层(Morgan et al., 1989). 当弹性波在含液孔隙介质中传播时,孔隙流体和固相骨架发生相互作用并相对运动,这种携带净剩电荷的渗流波动将导致交变的电流和电磁场.

为了描述动电效应的这种双重耦合机制(固相与孔隙流体耦合、渗流与电磁场耦合),Pride(1994)在前人工作(Frenkel, 1944; Biot, 1962)基础上,采用 Johnson 等(1987)的动态渗透率表征孔隙渗流,并用动电耦合系数联立 Biot 孔隙弹性波方程与 Maxwell 电磁场方程,建立了流体饱和和孔隙介质的动电耦合波控制方程组. Pride 方程组现已被广泛用于震电耦合波场的计算(如胡恒山和王克协, 1999; Dupuis and Butler, 2006; Gao and Hu, 2010; Guan et al., 2013b).

值得注意的是,Johnson 等(1987)的动态渗透率和 Pride(1994)的动电耦合系数并非严格意义的解析式,而是通过分析相关函数性质并根据其低频和高频极限值得到的近似表达式. 在远离低频和高频的中间频率范围,这种动态渗透率和动电耦合系数的近似式能否合理描述流体饱和和孔隙介质中的渗流和动电耦合特性还有待被验证. 此外, Pride 动电耦合系数是在薄双电层假设条件下(孔径远大于双电层厚度)推导的. 许多天然岩石(如致密砂岩和页岩等)并不满足薄双电层假设(Jackson and Leinov, 2012),非薄双电层条件下的动电耦合系数尚需探讨. 另外, Pride 理论假定岩石孔径是均匀不变的. 然而,天然岩石的孔径往往在一定范围内变化,并满足某种分布,比如对数正态分布(Leong and Rahardjo, 1997; Li et al., 2011).

本文针对上述问题开展理论研究. 首先,基于不

同几何形状的(圆柱形和狭缝形)毛细管束模型,推导动态渗透率和动电耦合系数的解析表达式. 其中,对于动电耦合系数的推导未使用薄双电层假设,表达式适用于薄双电层和非薄双电层情况. 然后,对比分析本文解析式和前人近似式结果的异同及其对震电测井波场的影响,总结近似式的适用性和不足. 针对非薄双电层情况,分析孔隙几何形状对动电耦合系数的影响. 最后,引入对数正态分布的孔径分布模型,计算动态渗透率、动电耦合系数及震电测井波场,并分析孔径分布的影响.

1 动态渗透率和动电耦合系数

1.1 动电耦合波方程组

在均匀、各向同性的含液饱和孔隙介质中,动电耦合波场中机械能与电磁能满足耦合关系(Pride, 1994),公式为

$$\mathbf{J} = \sigma(\omega)\mathbf{E} + L(\omega)(-\nabla p + \omega^2 \rho_f \mathbf{u}), \quad (1)$$

$$-i\omega \mathbf{w} = L(\omega)\mathbf{E} + (-\nabla p + \omega^2 \rho_f \mathbf{u})k(\omega)/\eta, \quad (2)$$

式中假设时间简谐因子为 $e^{-i\omega t}$, i 为虚数单位, ω 和 t 分别为角频率和时间; \mathbf{J} 为电流密度, \mathbf{E} 为电场强度, \mathbf{u} 和 \mathbf{w} 分别为固相骨架位移和流体渗流位移, p 为孔隙流体压强, ρ_f 和 η 分别为孔隙流体密度和黏度; 三个频率相关的系数 $\sigma(\omega)$ 、 $k(\omega)$ 和 $L(\omega)$ 分别代表复电导率、动态渗透率和动电耦合系数. 由(1)和(2)式可见,压强梯度和固相加速度可引起电流密度变化,电场可导致渗流速度变化. 动电耦合系数 $L(\omega)$ 反映孔隙弹性波与电磁场耦合程度强弱. 当 $L(\omega) = 0$ 时,方程组解耦为 Biot(1962)孔隙弹性波方程组和 Maxwell 电磁场方程组. 动电耦合波方程组与其他力电耦合方程组(比如压电方程组)在形式上相似,差别在于不同方程组中的耦合系数表达式不同. 因此,合理地描述动电耦合系数对动电耦合波研究至关重要. Pride(1994)工作的重要贡献之一是推导出如下的动电耦合系数表达式(3),并引入 Johnson 等(1987)的渗透率表达式(4),即:

$$L(\omega) = L_0 \left(1 - i \frac{m\omega}{4\omega_c} \left(1 - 2 \frac{d}{R} \right)^2 \left(1 - i^{\frac{3}{2}} \frac{d}{\delta} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

$$k(\omega) = k_0 \left(\left(1 - i \frac{4\omega}{m\omega_c} \right)^{\frac{1}{2}} - i \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{-1}, \quad (4)$$

式中 $k_0 = \phi R^2 / m \alpha_\infty$ 是与频率无关的达西渗透率; $\omega_c = \phi \eta / \alpha_\infty k_0 \rho_f = m \eta / R^2 \rho_f$ 为孔隙流体渗流的临界角频率,当 $\omega \ll \omega_c$ 时,渗流由低频黏性力主导,当 $\omega \gg \omega_c$ 时,渗流则受高频惯性力控制;与频率无关的系数 $L_0 = -\phi \epsilon_f \zeta (1 - 2d/R) / \alpha_\infty \eta$ 为静态动电耦合系数,低频极限时, $L(\omega) \approx L_0$; m 是与孔隙形状相关的几何参数,对于圆柱形和狭缝形孔隙, m 分别等于 8 和 3,鉴于其他孔隙形状的周长与横截面积的比值介于圆柱形和狭缝形孔隙之间, m 取值应在 3 和 8 之间; ϕ 为孔隙度, α_∞ 为弯曲度, R 为等效孔隙半径,本文简称等效孔径(狭缝形孔隙时, R 表示狭缝半宽度),长度参数 d 表征双电层的厚度,它小于等于 Debye 长度, δ 为边界层厚度, ϵ_f 为流体介电常数; ζ 代表剪切滑移面处的电势(也称 zeta 电势),实验表明 zeta 电势与孔隙流体矿化度 C_f 密切相关,本文采用 $\zeta = 0.008 + 0.026 \log_{10}(C_f)$ (Pride and Morgan, 1991).

如前所述,动电耦合系数和动态渗透率的表达式(3)和(4)并非严格意义的解析式. Johnson 等(1987)从数学、物理角度分析了动态渗透率应具备的函数性质,并依据渗透率的低频和高频极限值,提出了动态渗透率的近似表达式(3). Pride(1994)采用同样方式给出了动电耦合系数的近似表达式(4).在临界频率附近的中间频率区间,这种近似式能否准确描述岩石的动电耦合和渗流特性,还有待验证.此外, Pride 动电耦合系数表达式(4)仅适用于 $R \gg d$ 的薄双电层情况,有必要将其扩展到任意孔隙尺度都适用.

1.2 解析表达式

最近, Shi 等(2018)从基本的流体流动和电学原理出发,在未使用薄双电层假设的情况下,分别推导出了圆柱形和狭缝形毛细管的动电耦合系数.如果将孔隙介质的孔道看作均匀的毛细管束,通过引入弯曲度和孔隙度,可将 Shi 等(2018)毛细管中动电耦合系数表达式扩展为孔隙介质的动电耦合系数,公式为

$$L(\omega) = \frac{-2\phi\epsilon_f\zeta}{\alpha_\infty\eta(1+d^2\kappa^2)} \left(\frac{J_1(\kappa R)}{\kappa R J_0(\kappa R)} - \frac{dI_1(R/d)}{RI_0(R/d)} \right), \quad (5)$$

$$L(\omega) = \frac{-\phi\epsilon_f\zeta}{\alpha_\infty\eta(1+d^2\kappa^2)} \left(\frac{\sinh(i\kappa R)}{i\kappa R \cosh(i\kappa R)} - \frac{d \sinh(R/d)}{R \cosh(R/d)} \right), \quad (6)$$

其中 $\kappa = \sqrt{i\omega\rho/\eta}$, J_n 为 n 阶第一类贝塞尔函数, I_n 为 n 阶第一类变形贝塞尔函数,式(5)和(6)分别为

圆柱形和狭缝型孔隙的动电耦合系数表达式.

同理,基于纳维-斯托克斯方程和渗透率的定义,可分别推导出圆柱形和狭缝形孔隙介质的动态渗透率表达式为

$$k(\omega) = -\frac{i\phi\eta}{\alpha_\infty\omega\rho_f} \left(\frac{2}{\kappa R} \frac{J_1(\kappa R)}{J_0(\kappa R)} - 1 \right), \quad (7)$$

$$k(\omega) = -\frac{\phi\eta i}{\alpha_\infty\omega\rho_f} \left(\frac{\sinh(i\kappa R)}{i\kappa R \cosh(i\kappa R)} - 1 \right). \quad (8)$$

与近似表达式(3)和(4)不同,本文获得的(5)–(8)式是真正意义的动电耦合系数和动态渗透率解析式.与达西渗透率、孔隙度和弯曲度(可通过测量地层电导率,由地层因子估计弯曲度)相比,等效孔径和孔隙几何形状等孔道特征参数很难测量.因此,在利用(5)–(8)式计算动态渗透率和动电耦合系数时,我们基于 $k_0 = \phi R^2 / m \alpha_\infty$ 将式中的孔隙等效半径写成 $R = (k_0 m \alpha_\infty / \phi)^{1/2}$,其中对于圆柱形和狭缝形孔隙,分别取 $m=8$ 和 3.接下来,我们将采用表 1 中的孔隙介质参数(满足 $R \gg d$ 的薄双电层假设),在相同达西渗透率、孔隙度和弯曲度的情况下,对比分析本文解析式和前人近似式计算结果的异同.

表 1 孔隙介质参数

Table 1 Parameters of the porous medium

参数	取值
孔隙度 ϕ	0.2
渗透率 k_0/dc	2.0
弯曲度 α_∞	3
流体黏度 $\eta/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	0.001
固相基质体积模量 K_s/GPa	35.7
地层骨架体积模量 K_d/GPa	14.39
地层骨架剪切模量 G/GPa	13.99
流体体积模量 K_f/GPa	2.25
固相基质密度 $\rho_s/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	2650
流体密度 $\rho_f/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1000
流体矿化度 $C_f/(\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$	0.0001
流体电导率 $\sigma_f/(\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$	0.000928
真空介电常数 $\epsilon_0/(\text{F} \cdot \text{m}^{-1})$	8.85×10^{-12}
流体介电常数 $\epsilon_f/(\text{F} \cdot \text{m}^{-1})$	$80\epsilon_0$
固相基质介电常数 $\epsilon_s/(\text{F} \cdot \text{m}^{-1})$	$4\epsilon_0$

图 1 对比了由解析式(7)和(8)和 m 取不同值时由近似式(4)计算的动态渗透率.可以看到,几条动态渗透率曲线相近,随频率的变化趋势相同.在低频区域(100 Hz 以下),动态渗透率的实部近似等于达西渗透率 k_0 ,虚部近似为零.随着频率的增大

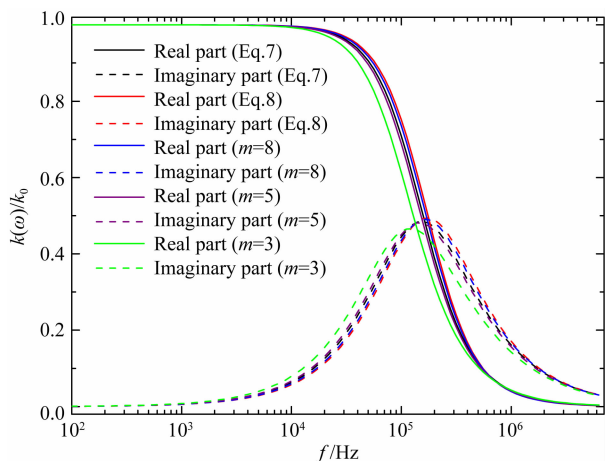


图1 动态渗透率解析式与 Johnson 等 (1987) 近似式的结果对比

黑线和红线分别为采用本文(7)和(8)式(圆柱形和狭缝形孔隙)的结果,蓝色、紫色和绿色线分别为 m 取 8、5 和 3 时采用(4)式(Johnson 动态渗透率)的结果,实线和虚线分别代表渗透率的实部和虚部。

Fig. 1 Comparison of the dynamic permeability between Johnson et al. (1987) and this study

Black and red lines are calculated from Eqs. (7) and (8), respectively. Blue, purple, and green lines are calculated from Eq. (4) with $m=8, 5$ and 3. Solid lines and dashed lines are the real and imaginary parts of the dynamic permeability, respectively.

(100 Hz~100 kHz),实部急剧减小,虚部先急剧增大,在临界频率(5.3 kHz)附近达到峰值,然后又急剧减小.在高频区域(100 kHz 以上),渗透率实部和虚部的衰减放缓,并最终趋于零.在图 1 中,随着 m 的增加(狭缝形孔隙向圆柱形孔隙过渡),由(4)式计算的动态渗透率向高频移动,虚部峰值增大.然而,本文解析式的计算结果与之相反,相比于狭缝形孔隙的结果(由(8)式计算),圆柱形孔隙的动态渗透率(由(7)式计算),虚部峰值略小且其对应的频率也略低.大体上看,本文解析式(7)和(8)的计算结果非常接近,在实际使用时无需区分孔隙几何形状.然而,与本文的解析式相比,Johnson 等(1987)的近似式高估了孔隙几何形状的影响.在使用 Johnson 等的动态渗透率时,无需考虑其孔隙几何形状相关性,对于任意孔隙几何形状均取 $m=8$.

图 2 对比了由解析式(5)和(6)和 m 取不同值时由近似式(3)计算的动电耦合系数频率响应.由 L_0 的表达式可知,在薄双电层条件下,孔隙几何形状对 L_0 的影响可忽略.因而,我们将图中纵坐标用 L_0 进行归一化.与图 1 中动态渗透率变化趋势类似,图 2 中的动电耦合系数,在低频区域,实部近似等于静态动电耦合系数 L_0 ,虚部近似为零;随着频

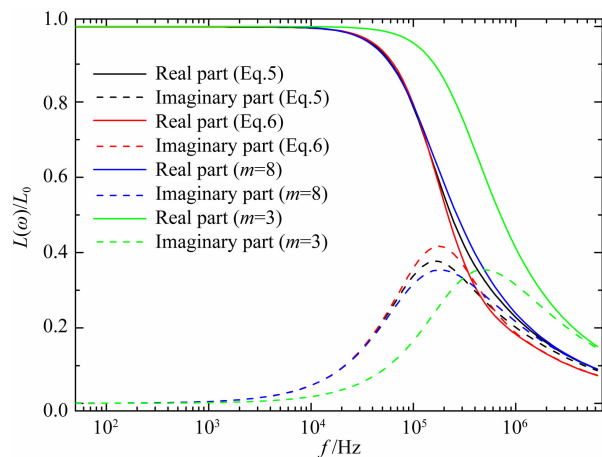


图2 动电耦合系数解析式与 Pride(1994) 近似式的结果对比

黑线和红线分别为采用本文(5)和(6)式(分别对应圆柱形和狭缝形孔隙)的结果,蓝色和绿色线分别为当 m 取 8 和 3 时采用(3)式(Pride 动电耦合系数)的结果.实线和虚线分别为动电耦合系数的实部和虚部。

Fig. 2 Comparison of the Electrokinetic Coupling Coefficient (ECC) between Pride (1994) and this study

Black and red lines are calculated from Eqs. (5) and (6), respectively. Blue and green lines are calculated from Eq. (3) with $m=8$ and 3. Solid lines and dashed lines are respectively real and imaginary parts of the ECC.

率的增大,实部急剧减小,虚部先急剧增大在临界频率附近达到峰值后急剧减小;在高频区域,实部和虚部缓慢减小,最终趋于零.可以看到,对于圆柱形孔隙,解析式和近似式计算的动电耦合系数结果差异很小;解析式计算的两种孔隙几何形状的动电耦合系数频率响应差异也很小;采用近似式(3)计算的狭缝形孔隙的动电耦合系数与其他结果的差异明显.以上结果表明,在薄双电层假设下孔隙几何形状对动电耦合系数的影响可忽略,而 Pride 近似式高估了这种影响.因此在使用 Pride 近似式时,应忽略孔隙几何形状相关性,并取 $m=8$.

1.3 非薄双电层情况

上一节我们对动电耦合系数的分析仅限于 $R \gg d$ 的薄双电层情况.在非薄双电层情况下,静态动电耦合系数 L_0 与等效孔径 R 密切相关.根据表达式 $k_0 = \phi R^2 / m \alpha_\infty$,在渗透率、孔隙度和弯曲度不变时,不同的孔隙几何形状(m 取不同值)对应着不同的等效孔径 R .因此,非薄双电层情况下的静态动电耦合系数受孔隙几何形状和尺寸的影响,有必要定量分析其影响程度. Shi 等(2018)的研究表明,随着 R/d 的减小,动电耦合系数频率响应向高频平移.一般来讲,非薄双电层情况的临界频率在 1.0 GHz 以上,

这已超出地球物理探测所用的声源频率范围. 因此, 对于非薄双电层情况, 人们不关心动电耦合系数的频率响应. 这里我们只考察静态动电耦合系数 L_0 的变化, 并分析其受孔隙几何形状等的影响.

图 3 中, 我们引入无量纲量 $(R/d)^2/m = \alpha_\infty k_0 / \phi d^2$ 来考察静态动电耦合系数随 $(R/d)^2/m$ 的变化并比较不同 m 取值时结果间的差异. 在计算中, 我们令孔隙度、弯曲度和 Debye 长度 d 保持不变, 仅改变渗透率(从而改变等效孔径 R). 图中的黑色和红色实线分别表示 $m=3$ 和 8(狭缝形和圆柱形)时的结果, 点划线为两条曲线的差异(相对误差). 左侧纵坐标用薄双电层假设时的 L_0 进行归一化, 右侧纵坐标表示两种孔隙几何形状结果的相对误差. 图中仅给出 $0 < (R/d)^2/m < 30$ 的结果, 此范围内的动电耦合系数明显小于 L_0 , 属于非薄双电层情况. 可以看到, 随着渗透率和孔径的增大, 动电耦合系数逐渐增大, 最终趋近于 1.0(趋于薄双电层假设下的 L_0). 反之, 动电耦合系数随着孔隙半径的减小逐渐减小, 并在约 $(R/d)^2/m < 10$ 后迅速减小. 当 $(R/d)^2/m < 2.0$, 已满足 $R \ll d$ 的厚双电层假设(Jackson and Leinov, 2012). 当 $(R/d)^2/m$ 给定时, 不同 m 取值的两条曲线的差异表征了相同渗透率情况下(孔隙度和弯曲度也相同), 孔隙几何形状对静态动电耦合系数的影响. 我们可以看到当 $(R/d)^2/m \approx 2.0$ 时, 差异达到最大值 5.2%. 鉴于不同形状的静态渗透率相对误

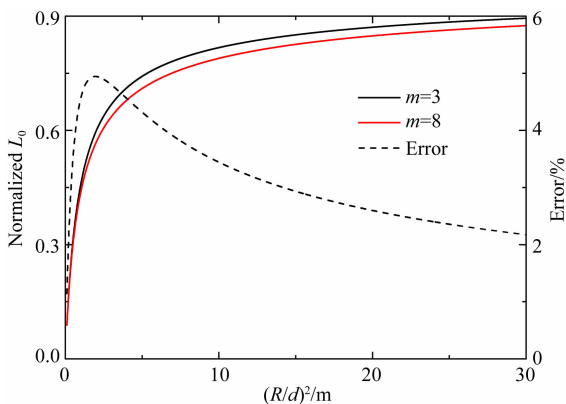


图 3 不同孔隙形状的静态动电耦合系数 L_0 随无量纲参数 $(R/d)^2/m$ 的变化

黑色和红色实线分别对应 $m=3$ 和 8(狭缝形和圆柱形孔隙)的结果, 虚线为两条曲线的相对误差.

Fig. 3 Variations with $(R/d)^2/m$ of the static ECC for two different kinds of pore shape

Black and red solid lines are results for $m=3$ and 8 (slit-shaped pore and cylindrical-shaped pore), respectively. The discrepancy of the two solid lines is shown by the dashed line.

差较小, 以及上一节对薄双电层情况的分析, 可以认为无论是否满足薄双电层假设, 孔隙几何形状对动电耦合系数的影响均可忽略.

1.4 震电测井响应

前人的近似式高估了孔隙几何形状对渗透率和动电耦合系数频率响应的影响, 这是否会显著影响震电波场还需进一步分析. 本小节以震电测井为例, 基于不同孔隙几何形状的动态渗透率和动电耦合系数的解析解和近似解, 分别计算井孔震电波场, 并对比分析它们幅度和相位的差异. 关于震电测井的模拟问题, 可参考文献(关威, 2009), 在此不再赘述. 这里我们假定井孔半径为 0.1 m, 井外地层采用表 1 的孔隙介质参数, 井内流体与孔隙流体的性质相同(声速为 $1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). 声源为置于井轴的中心频率 6.0 kHz 的单极点源, 源函数采用余弦包络脉冲函数, 并假定距离源心 0.01 m 处的声压强度为 100 Pa(关威, 2009).

图 4 比较了分别采用渗透率和动电耦合系数的解析式与近似式时计算的狭缝形孔隙岩石的井孔震电波场. 图 4a、b 分别为井轴上源距 3.0 m 处声压和轴向电场的时域波形, 其中黑色实线和红色实线分别对应采用近似式和解析式时的震电波场. 由图 4a 可见, 渗透率表达式的不同, 对全波中幅度最大、到时最晚的斯通利波影响最大, 这符合斯通利波和渗透率密切相关的特性. 基于 Johnson 等(1987)的渗透率近似式计算的斯通利波幅度明显高于本文解析式的计算结果, 但二者相位基本相同. 对于较早到达的纵波和横波波群, 两种表达式的结果几乎重合. 由图 4b 可见, 基于 Pride(1994)的动电耦合系数近似式计算的伴随纵波、横波和斯通利波的两个电场波群幅度均大于本文解析式的计算结果. 由于渗透率和动电耦合系数两种偏差的叠加, 伴随斯通利波电场的幅度被高估近一倍.

图 5 比较了基于不同孔隙几何形状的渗透率和动电耦合系数解析式计算的井孔震电波场, 其中黑色和红色线分别对应圆柱形和狭缝形孔隙的结果. 图 5a、b 分别为声压和轴向电场的时域波形. 可以看到, 两种孔隙几何形状的声压全波中各波群及其伴随电场的相位和振幅基本重合. 这说明孔隙几何形状对震电测井波场的影响可以忽略. 结合图 1—图 4 的对比结果可知, 尽管 Pride(1994)动电耦合波方程组中的渗透率和动电耦合系数表达式为近似式, 但取 $m=8$ 时, 计算的震电波场与采用本文解析式时的结果基本相同.

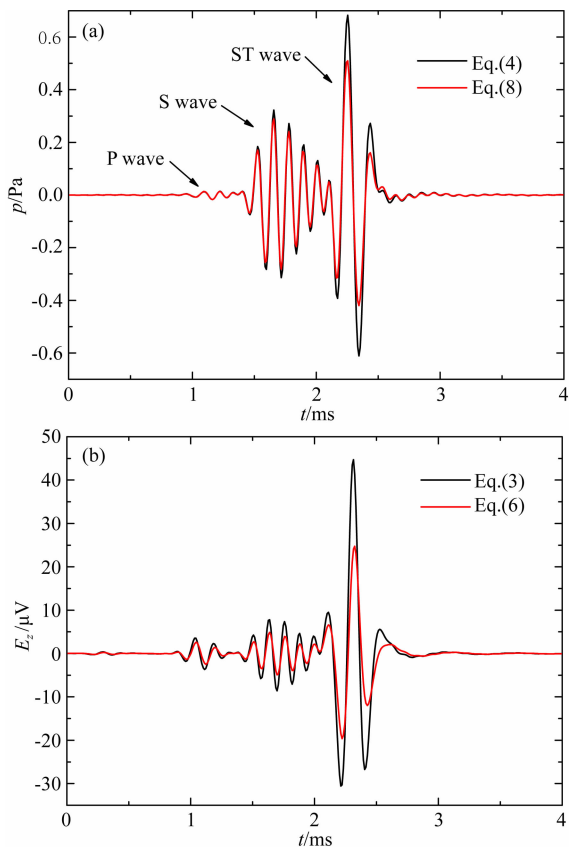


图4 基于本文解析式和前人近似式计算的狭缝形孔隙岩石震电测井全波波形的对比
(a) 声压 p ; (b) 轴向电场 E_z 。红色和黑色线分别为解析式和近似式的结果。

Fig. 4 Comparison of full waveforms of the seismoelectric logging in porous rock with slit pores calculated using analytical and approximate expressions

(a) Acoustic pressure p ; (b) Electric field E_z . Black and red lines denote results calculated with approximate and analytical expressions, respectively.

1.5 简化表达式

既然孔隙几何形状对动态渗透率、动电耦合系数以及动电耦合波的影响可以忽略,那么在前人近似式和本文解析式的基础上,可忽略孔隙几何形状相关性,得到如下动态渗透率和动电耦合系数的简化表达式为

$$k(\omega) = k_0 \left[1 - i \frac{4\omega}{3\omega_c} \right]^{-1}, \quad (9)$$

$$L(\omega) = L'_0 \left[1 - i \frac{2\omega}{\omega_c} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (10)$$

其中 $L'_0 = -\frac{\phi \epsilon_t \zeta}{\alpha \eta} \left[1 - \frac{2dI_1(R/d)}{RI_0(R/d)} \right]$ 为圆柱形孔隙动电耦合系数表达式(5)的低频极限值(静态动电耦合系数)。

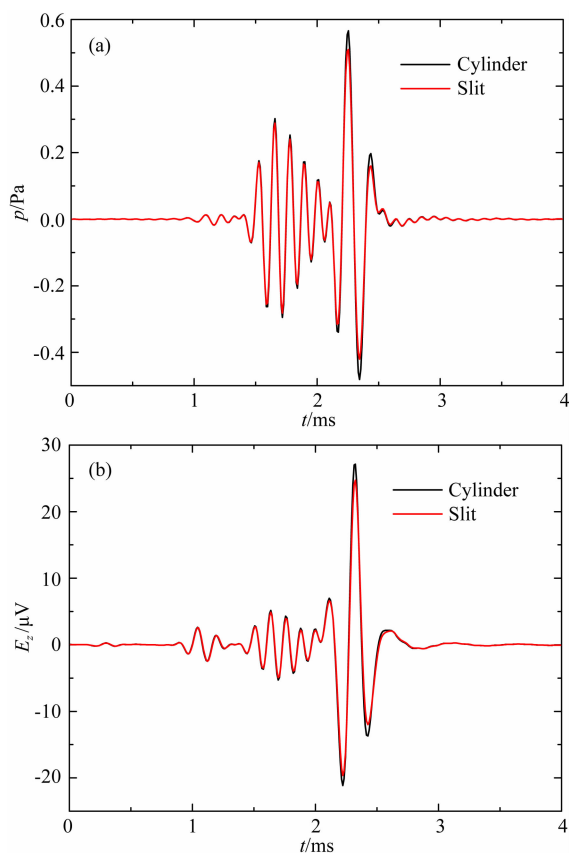


图5 基于不同孔隙几何形状的渗透率和动电耦合系数解析式计算的震电测井全波对比
(a) 声压 p ; (b) 轴向电场 E_z 。黑色和红色线分别为圆柱和狭缝形孔隙的结果。

Fig. 5 Comparison of full waveforms of seismoelectric logging calculated using analytical expressions for different pore geometries.

(a) Acoustic pressure p ; (b) Electric field E_z . Back and red lines denote results for cylindrical and slit pores, respectively.

为了验证上述简化式的合理性,图6给出了基于本文解析式与简化式的计算结果。图6a为动态渗透率解析式(7)与简化式(9)计算结果的对比,图6b为动电耦合系数解析式(5)与简化式(10)计算结果的对比。可以看到,基于两种表达式计算的结果差异非常小。因此,采用更为简洁的式(9)和式(10)足以准确描述渗透率和动电耦合系数。值得说明的是,渗透率和动电耦合系数的虚部最大值对应的频率(本文称其为渗透率和动电耦合系数的临界频率)并不相等,且不等于孔隙介质的临界频率 ω_c 。由方程(9)和方程(10)可以算出,渗透率的临界频率为 $\omega_k = 0.75\omega_c$,动电耦合系数的临界频率为 $\omega_l = \sqrt{3}\omega_c/2 \approx 0.87\omega_c$ 。测量渗透率和动电耦合系数的临界频率对估算岩石等孔隙介质的等效孔径具有重要意义。

2 孔径分布的影响

渗透率是储层岩石的重要物理参数 (Zhang et al., 2016; Huang et al., 2018; Li et al., 2018). 以往对孔隙介质渗流和动电效应的研究, 通常假定孔径大小是均匀不变的. 但真实岩石的孔径往往满足某种概率分布 (Leong and Rahardjo, 1997). 既然渗透率和动电耦合系数的频率响应与孔径密切相关 (见本文 (5)–(8) 式), 有必要进一步考察孔径分布的影响, 然而相关研究还未见文献报道. 本节分析孔径分布对动态渗透率、动电耦合系数以及井孔震电波场的影响. 由于无需考虑孔隙几

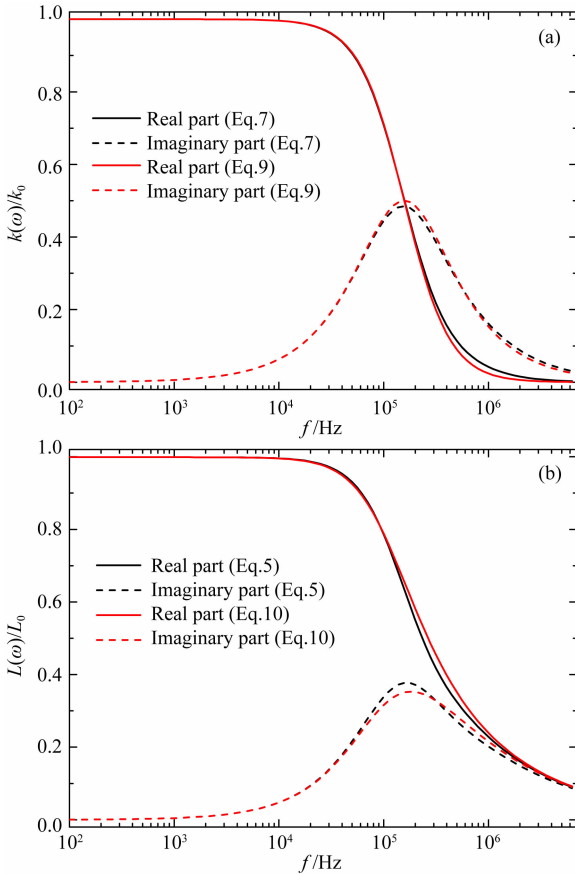


图 6 动态渗透率和动电耦合系数的解析式 (黑色线) 与简化式 (红色线) 的结果对比

(a) 动态渗透率; (b) 动电耦合系数. 实线和虚线分别为结果的实部和虚部.

Fig. 6 Comparison of dynamic permeability and ECC between analytical (black lines) and simplified (red lines) expressions

(a) Dynamic permeability; (b) ECC. The solid line and the dotted line are the real part and the imaginary part of the result respectively.

何形状的影响, 接下来我们仅考察圆柱形孔隙的情况.

2.1 孔径分布

假设孔隙介质的孔径 r 满足如下的对数正态分布, 即:

$$g(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta r} \exp\left(-\frac{(\ln(r) - \nu)^2}{2\theta^2}\right), r > 0 \quad (11)$$

式中的 ν 和 θ 分别为 $\ln(r)$ 的期望和标准差 (Li et al., 2011). 这种非均匀孔径的孔隙介质可看成由不同管径的毛细管组成. 将不同孔道内单位压强梯度下单位横截面积的流体流量, 按其概率权重叠加, 可确定其渗透率. 无论是均匀孔径还是非均匀孔径, 在渗透率、孔隙度、弯曲度和孔隙几何形状给定的情况下, 等效孔径 R 相同. 对于非均匀孔径的孔隙介质, 等效孔径 R 与分布的不同孔径之间满足:

$$R^2 = \frac{m\alpha_\infty k_0}{\phi} = \int_0^{+\infty} r^2 g(r) dr, \quad (12)$$

即等效孔径的大小为 r^2 的期望.

图 7 对比了 $\theta=0.45$ 和 $\theta=0.69$ 时的孔径分布. 采用表 1 参数, 等效孔径 $R=1.55 \times 10^{-5}$ m. 如图可见, θ 越大, 孔径分布的范围越广, 更大孔径和更小孔径的比例均增加, 但前者增加的比例小于后者; 另一方面, 中间孔径的比例减小, $\ln(r)$ 的期望也减小, 但大于等效孔径的孔道 (大孔) 的比例减小. 达西渗透率保持不变, 说明大孔对孔隙介质渗流的影响明显强于小孔.

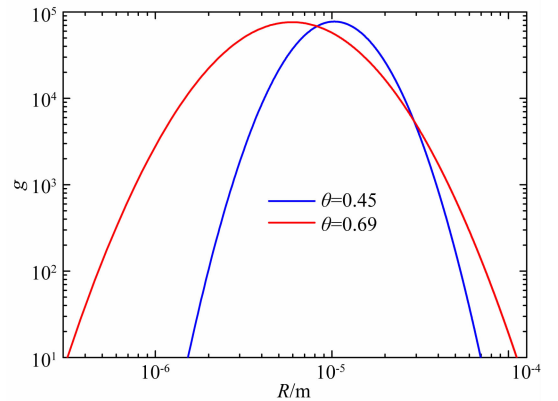


图 7 等效孔径为 $R=1.55 \times 10^{-5}$ m 时, 不同 θ 取值时的孔径分布

蓝色和红色实线分别为 $\theta=0.45$ 和 $\theta=0.69$ 时的孔径分布.

Fig. 7 Distributions of pore radius for different θ with effective pore radius $R=1.55 \times 10^{-5}$ m

Blue and red solid lines are distributions for $\theta=0.45$ and $\theta=0.69$, respectively.

2.2 动态渗透率和动电耦合系数

对于非均匀孔径的孔隙介质,其渗透率和动电耦合系数的频率响应表现为所有孔道内渗流和动电效应叠加的结果.由临界频率 ω_c 的表达式可知,孔径越大,临界频率越低.在某一特定频率,不同孔径的孔道内渗流和动电效应可能处于不同的频率响应范围,以至于叠加后的渗透率和动电耦合系数频率响应明显不同于均匀孔径的情况.

图8对比了不同孔径分布时的渗透率和动电耦合系数的频率响应.如图8a可见,尽管不同的渗透率频率响应表现出大体相同的变化趋势,但随着孔径分布变广,渗透率的虚部最大值减小,临界频率显著降低,且临界频率附近的过渡带范围变宽.如图8b可见,不同的动电耦合系数频率响应的变化趋势也大体相同,而且孔径分布范围越广,动电耦合系数

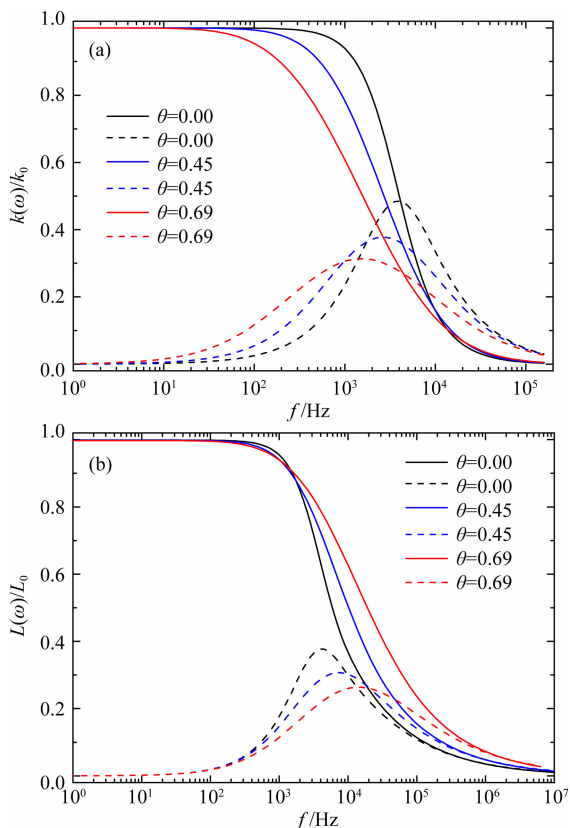


图8 不同孔径分布时的动态渗透率和动电耦合系数频率响应

(a) 动态渗透率; (b) 动电耦合系数. 黑色、蓝色和红色线分别为 $\theta=0$ (孔径均匀分布)、 $\theta=0.45$ 和 $\theta=0.69$ 时的结果.

Fig. 8 Dynamic permeability and ECC in different distributions of pore radius

(a) Dynamic permeability; (b) ECC. Black, blue and red solid lines are results for $\theta=0$, $\theta=0.45$ and $\theta=0.69$, respectively.

的虚部最大值越小,临界频率附近的过渡带范围越宽,但临界频率显著增大.

非均匀孔径的渗透率和动电耦合系数的频率响应随孔径分布的变化可解释如下:(1)当孔径分布变广时,虽然大于等效孔径的大孔比例减小,但更大孔径的出现,弥补了大孔比例减小对渗流的不利影响,维持岩石的达西渗透率不变.(2)孔径分布的扩大,意味着新增比等效孔径 R 更大和更小的孔径,且它们的比例逐渐增加;相应地,接近等效孔径 R 的中间孔径的比例逐渐减小.孔隙的渗流和动电效应的叠加效果使动态渗透率和动电耦合系数频率响应的过渡带区域显著扩大,虚部最大值明显减小.(3)孔径与临界频率成反比但流量与孔径平方成正比,更大孔径的孔道比例的增加使得动态渗透率在更低的频率出现衰减并使临界频率(渗透率虚部最值)向低频移动.(4)与渗透性受孔道比例和孔道大小共同影响不同,双电层动电效应主要由孔道数量和比例支配(流-固界面越多,动电效应越显著).更大孔径的出现,意味着需要更多数量的小孔径孔道,它们在维持宏观的达西渗透率不变的同时,使得动电耦合系数的频率响应向高频移动.

2.3 震电测井响应

图9给出了不同孔径分布时的单极源震电测井全波波形,其中图9a、b分别为声压和轴向电场波形.由图9a可见,孔径分布对纵波和横波的影响较小,但对斯通利波影响显著.随着孔径分布的扩大,斯通利波幅度显著增大.这是因为,频率6.0 kHz附近的动态渗透率随孔径分布增加而减小,而斯通利波对渗透率敏感,且幅度与渗透率成反比(Tang and Cheng, 1996).由图9b可见,孔径分布对纵波和横波的伴随电场影响也较小,对斯通利波的伴随电场影响显著,这与孔径分布对声压场各波群的影响效果相同.相比于对声压场的影响,孔径分布对伴随电场的影响更显著.

由图8可知,在6.0 kHz附近,渗透率随孔径分布增加而减小;相反地,动电耦合系数随孔径分布增加而增加.结合图8和图9可知,在孔隙度和地层因子恒定时,横波和纵波及其伴随电场对渗透率变化不敏感;而斯通利波及其伴随电场对渗透率变化显著,且幅度随渗透率减小而增大.因此,斯通利波及其伴随电场不仅与岩石的渗透性相关,也关联岩石的孔径分布情况.这预示利用声波测井或震电测井中的斯通利波或其伴随电场,可能反演岩石内部的孔径分布情况.

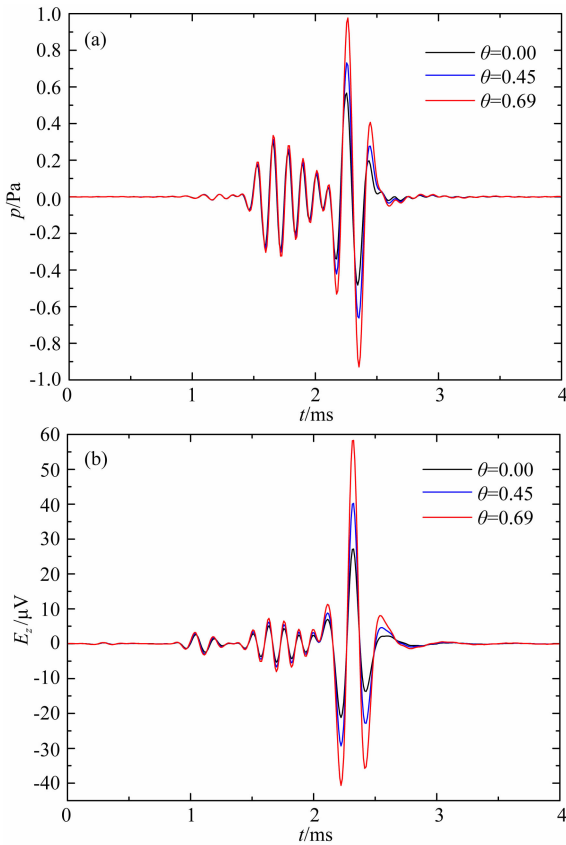


图9 不同孔径分布时的单极源震电测井响应
(a) 声压 p ; (b) 轴向电场 E_z . 黑色、蓝色和红色实线分别为 $\theta=0, 0.45, 0.69$ 时的结果.

Fig. 9 Full waveforms of monopole seismoelectric logging in different distributions of pore radius

(a) Acoustic pressure p ; (b) Electric field E_z . Black, blue and red solid lines are results for $\theta=0, 0.45, 0.69$, respectively.

3 结论

本文基于毛细管束模型,提出了流体饱和和孔隙介质的动态渗透率和动电耦合系数的解析表达式及其简化表达式,并分析了孔隙几何形状、孔径分布对动态渗透率、动电耦合系数以及震电测井波场的影响.得出的主要结论如下:

(1)当认为孔道均匀且达西渗透率、孔隙度和弯曲度恒定时,孔隙几何形状对孔隙介质的动态渗透率、动电耦合系数以及震电波场的影响很小,可以忽略.

(2)Johnson等(1987)和Pride(1994)的近似式可较准确地描述圆柱形孔隙的孔隙介质动态渗透率和动电耦合系数,但它们高估了孔隙几何形状的影响.实际使用时,无需考虑它们的孔隙几何形状相关性,对于任意孔隙几何形状均取 $m=8$.

(3)孔径分布对孔隙介质渗透率和动电耦合系数的频率响应影响显著,随着孔径分布的增大,渗透率的临界频率显著减小,动电耦合系数的临界频率显著增加.

(4)孔径分布对震电测井的纵波、横波及其伴随电场的影响很小,但对斯通利波及其伴随电场的影响较大.相比于对声场的影响,孔径分布对电场的影响更显著.

References

- Biot M A. 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, 33(4): 1482-1498.
- Dupuis J C, Butler K E. 2006. Vertical seismoelectric profiling in a borehole penetrating glaciofluvial sediments. *Geophysical Research Letters*, 33(16): L16301, doi: 10.1029/2006GL026385.
- Frenkel J. 1944. A theory of the fundamental phenomena of atmospheric electricity. *J Phys -USSR*, 8: 285-304.
- Gao Y X, Harris J M, Wen J, et al. 2016. Modeling of the coseismic electromagnetic fields observed during the 2004 $M_w 6.0$ Parkfield earthquake. *Geophysical Research Letters*, 43(2): 620-627.
- Gao Y X, Hu H S. 2010. Seismoelectromagnetic waves radiated by a double couple source in a saturated porous medium. *Geophysical Journal International*, 181(2): 873-896.
- Guan W. 2009. Simulation of the coupled poroelastic and electromagnetic wavefields in seismoelectric logging [Ph. D. Thesis] (in Chinese). Harbin: Harbin Institute of Technology.
- Guan W, Hu H S, Wang Z. 2013b. Permeability inversion from low-frequency seismoelectric logs in fluid-saturated porous formations. *Geophysical Prospecting*, 61(1): 120-133.
- Guan W, Hu H S, Zheng X B. 2013a. Theoretical simulation of the multipole seismoelectric logging while drilling. *Geophysical Journal International*, 195(2): 1239-1250.
- Hu H S, Wang K X. 1999. Coupled acoustic and electromagnetic waves around a borehole embedded in a porous formation: Theory (I). *Well Logging Technology* (in Chinese), 23(6): 427-432.
- Huang T, Li E P, Tao Z W, et al. 2018. A nonlinear seepage model of gas and water transport in multi-scale shale gas reservoirs based on dynamic permeability. *Journal of Geophysics and Engineering*, 15(4): 1255-1268.
- Jackson M D, Leinov E. 2012. On the validity of the "thin" and "thick" double-layer assumptions when calculating streaming currents in porous media. *International Journal of Geophysics*, 2012: 897807.
- Johnson D L, Koplik J, Dashen R. 1987. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 176: 379-402.
- Leong E C, Rahardjo H. 1997. Review of soil-water characteristic curve equations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental*

- Engineering*, 123(12): 1106-1117.
- Li J H, Zhang L M, Li X. 2011. Soil-water characteristic curve and permeability function for unsaturated cracked soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 48(7): 1010-1031.
- Li X C, Yan X P, Kang Y L. 2018. Effect of temperature on the permeability of gas adsorbed coal under triaxial stress conditions. *Journal of Geophysics and Engineering*, 15(2): 386-396.
- Morgan F D, Williams E R, Madden T R. 1989. Streaming potential properties of westerly granite with applications. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 94 (B9): 12449-12461, doi: 10.1029/JB094iB09p12449.
- Pride S. 1994. Governing equations for the coupled electromagnetics and acoustics of porous media. *Physical Review B*, 50 (21): 15678-15696.
- Pride S R, Morgan F D. 1991. Electrokinetic dissipation induced by seismic waves. *Geophysics*, 56(7): 914-925.
- Revil A, Pezard P A. 1998. Streaming electrical potential anomaly along faults in geothermal areas. *Geophysical Research Letters*, 25(16): 3197-3200.
- Shi P, Guan W, Hu H S. 2018. Dependence of dynamic electrokinetic coupling-coefficient on the electric double layer thickness of fluid-filled porous formations. *Annals of Geophysics*, 61(3): 340.
- Tang X M, Cheng C H. 1996. Fast inversion of formation permeability from Stoneley wave logs using a simplified Biot-Rosenbaum model. *Geophysics*, 61(3): 639-645.
- Zhang C, Tu S H, Zhang L, et al. 2016. A methodology for determining the evolution law of gob permeability and its distributions in longwall coal mines. *Journal of Geophysics and Engineering*, 13(2): 181-193.
- Zyserman F I, Jouniaux L, Warden S, et al. 2015. Borehole seismoelectric logging using a shear-wave source; possible application to CO₂ disposal?. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 33: 89-102.

附中文参考文献

- 关威. 2009. 孔隙介质弹性波—电磁场耦合效应测井的波场模拟研究[博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学.
- 胡恒山, 王克协. 1999. 井孔周围轴对称声电耦合波: 理论(I). 测井技术, 23(6): 427-432.

(本文编辑 张正峰)